

SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA NO CONTEXTO DA OBMEP: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE MATEMÁTICA DO IFCE

Olympic teaching situations for teaching flat geometry in the context of obmep: an experience in ifce mathematics course

José Gleison Alves da Silva

Francisco Régis Vieira Alves

Daniel Brandão Menezes

Resumo

Este artigo abordou uma proposta de ensino cujo objetivo foi a apresentação de uma metodologia de ensino com base na Teoria das Situações Didáticas (TSD). A proposta segue o modelo da TSD, com o uso de Problemas Olímpicos (PO) e o *software* GeoGebra, para a adaptação desses problemas. A investigação se estruturou na Engenharia Didática (ED) em complemento com a TSD e o *software* GeoGebra, recurso tecnológico capaz de auxiliar o estudante na visualização e modelização das figuras. O relato de experiência foi realizado com alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) e os dados foram coletados por meio de fotos, diálogos e escritos dos alunos. Os resultados foram satisfatórios no diz respeito ao uso do GeoGebra e à autonomia dos estudantes na construção dos saberes matemáticos. Concluímos que a proposta apresentada difere das metodologias tradicionais, nas quais o professor se posiciona como detentor do conhecimento, e nesse caso, o aluno se torna protagonista da sua aprendizagem.

Palavras-chave: OBMEP; Engenharia Didática; Teoria das Situações Didáticas; Geometria plana.

Abstract

This article addressed a teaching proposal whose objective was to present a teaching methodology based on the Theory of Didactic Situations (TSD). The proposal follows the TSD model, using Olympic Problems (PO) and the GeoGebra software, to adapt these problems. The investigation was structured in Didactic Engineering (ED) in addition to the TSD and the GeoGebra software, a technological resource capable of assisting the student in the visualization and modeling of the figures. The experience report was carried out with students of the Mathematics Degree course at the Federal

Institute of Education, Science and Technology of Ceará (IFCE) and the data were collected through photos, dialogues and students' writings. The results were satisfactory with regard to the use of GeoGebra and students' autonomy in the construction of mathematical knowledge. We conclude that the proposal presented differs from traditional methodologies, in which the teacher positions himself as the holder of knowledge, and in this case, the student becomes the protagonist of his learning.

Keywords: OBMEP; Didactic Engineering; Didactic Situations Theory; flat geometry.

Introdução

Este artigo apresenta uma proposta de metodologia de ensino com base na Teoria das Situações Didáticas (TSD), que cria um modelo de interação entre professor, estudante e meio. Essa interação proporciona ao estudante a oportunidade de agir, formular e validar estratégias determinadas durante uma situação didática (ALMOULOU, 2007).

Para a construção da proposta, utilizamos problemas de olimpíadas de matemática, em específico a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP), que traz, em seu bojo, materiais de qualidade, com problemas desafiadores e instigantes e propicia que o estudante, por intermédio da investigação, construa com a autonomia os saberes matemáticos. Os problemas retirados de provas de competições matemáticas são definidos neste artigo como Problemas Olímpicos (PO) (OLIVEIRA, 2016; AZEVEDO; ALVES; OLIVEIRA, 2018; ALVES, 2019; 2020).

A relação entre esses dois aspectos que unem a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e os Problemas Olímpicos (PO), que faz emergir situações de Ação, Formulação, Validação e Institucionalização durante a resolução de problemas, é definida por Santos e Alves (2017) como Situação Didática Olímpica (SDO).

Abordamos o conteúdo de geometria plana por ser pouco utilizado em sala de aula ou até mesmo abandonado. Esses abandonos são destacados nos trabalhos de Pavanello (1993), Arbach (2002) e Barbosa (2003) quando retratam o percurso, em décadas anteriores, do ensino de geometria no ensino básico, o qual foi deixado em segundo plano devido à valorização dos conteúdos de álgebra a partir do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Além disso, ressalta-se a ordem em que o assunto é explanado nos livros didáticos, uma vez que se localiza, em sua maioria, nos últimos capítulos, ou seja, devido ao período curto do ano letivo para a quantidade de conteúdos, o tema deixa até de ser abordado.

Justificamos a proposta com base em leituras de dissertações, nas quais professores apresentam para o contexto da OBMEP a ausência de uma metodologia de ensino que proporcione ao estudante a autonomia durante a resolução dos problemas e que se direcione apenas a alunos competidores pelo modo que é aplicado (ALVES, 2019). Além disso, propomos a inserção da tecnologia, por meio do *software* GeoGebra, para a adaptação por parte do docente e para a modificação do pensamento por parte do aluno, durante a resolução do PO.

Baseamo-nos na metodologia Engenharia Didática (ED) como percurso metodológico, com aporte nas suas etapas: análises preliminares ou prévias; análise a priori e concepção das situações didáticas; experimentação; análise a posteriori e validação (ARTIGUE, 1995). Essa metodologia ED se complementa com a TSD com o propósito de diferir dos “[...] processos de ensino e de aprendizagem [...] em que o professor ministra aulas

expositivas ou em forma de palestras e a aprendizagem é entendida como assimilação de informações e repetição de procedimentos” (LABLÉM; BITTAR, 2018, p. 207-208).

O relato de experiência foi aplicado com alunos de Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) e os dados foram obtidos por meio de áudio, fotos e as escritas dos estudantes durante a aplicação. Na seção seguinte, abordaremos sobre uma análise realizada no banco de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), que trata sobre as metodologias adotadas por professores para o contexto da OBMEP.

Análises de dissertações para o ensino de Geometria para o contexto da OBMEP.

Realizamos uma análise de dissertações do PROFMAT, identificando as abordagens propostas e verificando se estas apresentam uma metodologia de ensino que possibilite a autonomia do estudante no momento das resoluções dos problemas e que utilize recursos tecnológicos, dando a oportunidade para a movimentação, visualização e percepção de novas estratégias.

A escolha das dissertações do PROFMAT refere-se à quantidade de trabalhos direcionado a OBMEP. Quando procuramos pela palavra “OBMEP” no Banco de Dissertações do PROFMAT¹, foram registradas 56 ocorrências. Dessas, foram encontrados 9 escritos sobre o conteúdo de geometria plana. No que se refere à pesquisa para a análise, baseamos-nos no conteúdo de Bardin (2011), que foi organizado em pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados.

Desse modo, analisamos, quanto à abordagem metodológica, os trabalhos dos seguintes autores: Júnior (2013), Silva M. (2013), Pontes (2013), Silva C. (2013), Neto (2014), Santos R. (2018), Ferreira (2018), Alves L. (2019) e Amarante (2019).

¹ Disponível em <https://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=OBMEP&aluno=> acesso em: 27 de outubro de 2020.

Os trabalhos de Júnior (2013), Silva M. (2013) e Pontes (2013) apresentaram o ensino de geometria plana por meio de um material multimídia (áudio e vídeo) com as narrações das resoluções dos problemas, utilizando o *software Power Point*, o qual possibilitou a construção e animações das figuras geométricas.

O estudo de Silva C. (2013) desenvolveu uma compreensão intuitiva do raciocínio matemático como uma forma de “treino”, transmitindo os conhecimentos da geometria plana e fornecendo as resoluções do seu ponto de vista, de sua análise e da interpretação das questões.

Os trabalhos de Neto (2014), Ferreira (2018) e Amarante (2019) abordam esses conteúdos seguindo uma padronização por meio de demonstração de fórmulas, exercícios e resoluções de problemas. A dissertação de Neto (2014) teve o objetivo de apresentar, a partir das análises de problemas do banco de questões da OBMEP, conteúdos como teorema de Pitágoras e áreas que contribuem para que professores tenham a possibilidade de trabalhar a integralidade entre os dois conteúdos. Tal como Ferreira (2018), que abordou conteúdos frequentes nas avaliações da OBMEP, como matemática discreta, métodos de contagem, geometria e aritmética, apresentando, de uma forma não trivial², aos alunos de 8º e 9º ano do Ensino Fundamental, as questões retiradas das provas de seleções para o acesso ao PROFMAT. No trabalho de Amarante (2019), foi realizada a aplicação de provas com o propósito de analisar os erros mais cometidos pelos estudantes.

Observamos, a partir das análises realizadas, a ausência de metodologias de ensino que possibilitassem ao discente o pensar e o agir de uma maneira autônoma em relação aos problemas e a maneira com que são repassados os conteúdos segue o modelo tradicional, utilizado por professores em preparações para a OBMEP, o que tira a responsabilidade do estudante na construção do conhecimento matemático. Das dissertações analisadas, apenas duas inserem a tecnologia como auxílio, no caso a de Santos R. (2018) e Alves L. (2019), mas não como ferramenta que propicie ao discente

perceber novas estratégias por meio do dinamismo que ela propõe.

Portanto, os materiais que a OBMEP dispõe são ricos em conceitos e apresentam problemas desafiadores que instigam o aluno a pensar, agir e usar a criatividade, como observado nos estudos mencionados ao longo deste trabalho. Desse modo, o docente necessita de metodologias de ensino direcionadas ao uso desses problemas abordados em olimpíadas de matemática e que propiciem o uso de ferramentas tecnológicas como um meio de incluí-los em seu planejamento, o que pode tornar as aulas mais dinâmicas.

Referencial teórico

Teoria das Situações Didáticas

Como proposta de metodologia de ensino, apresentamos um modelo baseado na TSD, aplicando, de maneira sistemática, situações didáticas nas quais o estudante passa por momentos diferentes de protagonismo junto ao problema. Esse modelo baseado na TSD

Propõe uma ruptura referente ao padrão de aula com papéis estanques, onde o professor é encarregado da aula magna propiciada pela exposição dos conteúdos, esperando que o aluno processe e assimile de modo passivo o objeto desenvolvido unilateralmente pelo ininterrupto discurso docente (POMMER, 2013, p. 14).

A TSD, como proposta para o ensino de matemática, busca essa interação modelando a compreensão nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos por intermédio de situações didáticas. Essas as situações seguem

O modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento, como recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, neste meio, um estado favorável. Algumas dessas situações requerem a aquisição anterior de todos conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que dão ao sujeito a possibilidade de construir, por si

² Quando nos referimos à complexidade em relação ao nível dos sujeitos que estão resolvendo os problemas.

mesmo, um conhecimento novo em um processo de gênese artificial (BROUSSEAU, 2008, p. 19).

Desse modo, as situações construídas a partir de um estudo realizado conforme as fases de uma ED permitem ao docente um controle sobre os obstáculos que podem aparecer durante a resolução das situações por parte dos sujeitos. Diante disso, a TSD tem como objeto central as situações didáticas, que possibilitam uma interação professor – aluno – saber. (FIGURA 1).

Figura 1 - Triângulo Didático



Fonte: Pommer (2013, p. 13)

Sobre essa perspectiva, a TSD se baseia em três hipóteses, são elas:

- i. O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio[...]. Esse saber, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem.
- ii. [...] O professor deve criar e organizar um milieu que seja suficiente para desenvolver situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens.
- iii. A terceira hipótese postula que esse milieu e essas situações devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem. (ALMOULOU, 2007, p.32).

Dessa forma, a partir de interações, discussões e troca de informações, mostra-se evolução e transforma-se um processo de diálogo que visa obter resultados satisfatórios. Denomina-se quatro momentos de diálogo, a saber: Ação, Formulação, Validação e Institucionalização. (QUADRO 1)

Quadro 1 – Etapas da Teoria das Situações Didáticas.

Ação	Nas situações de ação, ocorrem interações do aluno com o <i>milieu</i> , nas quais o aluno reflete e simula tentativas para resolver o jogo ou problema, de modo a eleger um procedimento de resolução, dentro de um esquema de adaptação.
Formulação	Nas situações de formulação, ocorre o uso de modelos implícitos e de relações mais ou menos assumidas entre os componentes da situação. Nas situações de formulação, instala-se intensa troca de informação entre o aluno e o <i>milieu</i> , ocorrendo tentativas de utilização de uma linguagem mais adequada para comunicação entre alunos, porém sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal.
Validação	Nas situações de validação, há o contexto de trama de provas e de formalizações, objetivando a elaboração de uma linguagem mais rigorosa (prova) para convencimento dos interlocutores (pares). O professor procura não intervir diretamente nessas três fases anteriores, limitando-se a orientações quando julgar necessário, para evitar possíveis bloqueios.
Institucionalização	Nas situações de institucionalização, o professor reassume um papel explícito, identificando, sistematizando e conferindo valor aos objetos debatidos nas situações de validação. Nessa etapa de institucionalização, o professor faz um fechamento das principais ideias ou conceitos mobilizados pela situação didática, apontando quais conhecimentos dos alunos são relevantes e quais são descartáveis, podendo inclusive introduzir novos conceitos, de modo a apresentar a teoria necessária para consolidar o objeto de estudo.

Fonte: Pommer (2013, p. 18-19)

Engenharia Didática

Diante de um contexto de reforma no ensino de matemática na França iniciada pelo IREMs (Institutos de Pesquisa sobre o ensino de Matemática), surgiu, na Didática da Matemática, a metodologia ED, introduzida e divulgada por Michelle Artigue por volta da década de 1980. Essa metodologia se compara ao trabalho de um engenheiro que, para construir um projeto, baseia-se em estudos de tipos científicos para aquisição de conhecimentos que proporcionem lidar com problemas mais complexos que os objetos depurados da ciência (ARTIGUE, 1995).

Segundo Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), a ED “[...] caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino”, como também se caracteriza pelo seu modo de validação, confrontando análise a priori e análise a posteriori (LABORDE, 2017). Esse método de investigação tinha como objetivo principal “[...] a elaboração e o estudo de uma proposta de uma transposição didática para o ensino, sendo essa transposição didática o objetivo principal da pesquisa” (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 27).

Com base na ED, estruturamos a referida pesquisa em suas quatro etapas: análises preliminares ou prévias, análise a priori e concepção das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e validação. Cada etapa segue o seguinte percurso (ARTIGUE 1995): as análises preliminares perpassam por um processo de revisão bibliográfica a respeito do campo teórico na busca de conhecimentos sobre a evolução dos conceitos matemáticos, partindo do seu nascedouro até os tempos atuais. Alguns aspectos a serem estudados nessa fase inicial correspondem “[...] a análise epistemológica dos conteúdos para o ensino, análise da educação tradicional e seus efeitos, análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução e análise do campo de restrições onde será realizada a pesquisa” (ARTIGUE, 1995, p. 38). No

entanto, tratamos neste artigo apenas da análise de dissertações do PROFMAT.

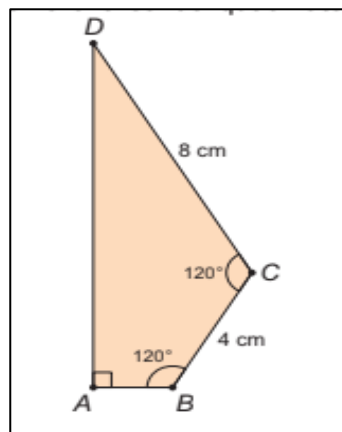
Na análise a priori e concepção da situação didática, um dos seus principais objetivos é a elaboração de situações didáticas, baseada em variáveis didáticas que possibilitam aos estudantes superar barreiras/dificuldades e, por meio dessas variáveis, construir conhecimentos e saberes matemáticos.

A experimentação corresponde à aplicação das situações didáticas, como também são coletados os dados que podem ser por meio de fotos, áudios, questionários, entrevistas, entre outros, que serão apreciados na sequência.

Na análise a posteriori e validação, os dados são apreciados e confrontados internamente com o que foi pensado na fase de análise a priori, com relação às variáveis didáticas escolhidas, validando a pesquisa na perspectiva dos objetivos traçados.

Proposta didática e Experimentação

Questão: Na figura, os ângulos $\Delta A\hat{B}C$ e $\Delta B\hat{C}D$ medem 120° , o ângulo $\Delta B\hat{A}D$ é reto, e os segmentos \overline{BC} e \overline{CD} medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero ABCD em cm^2 ?



Fonte: OBMEP (2020)

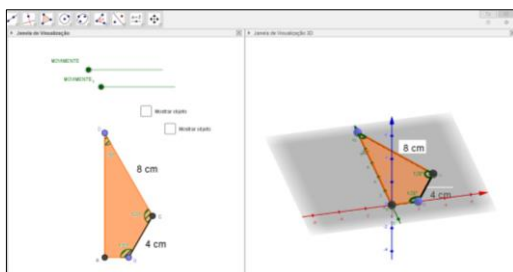
A proposta didática relaciona o uso do PO com base nas etapas da TSD, visando emergir as etapas de Ação, Formulação, Validação e Institucionalização. (SILVA; ALVES; MENEZES, 2020)

O experimento foi aplicado com 3 estudantes, identificados de aluno 1, aluno 2 e aluno 3, do curso de licenciatura em

Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do estado do Ceará (IFCE) e esses discentes faziam parte de uma turma ministrada pelo professor orientador do referido autor.

A situação didática foi construída com o apoio tecnológico do *software* GeoGebra e a figura disposta no problema foi adaptada (FIGURA 2), o que permitiu a movimentação e visualização dos elementos adicionados pelo docente, como controles deslizantes e caixas de exibir objeto, dando mais subsídios aos estudantes durante a resolução.

Figura 2 – Imagem adaptada ao *software* GeoGebra em formato 2D e 3D.



Fonte: Elaborada pelo autor

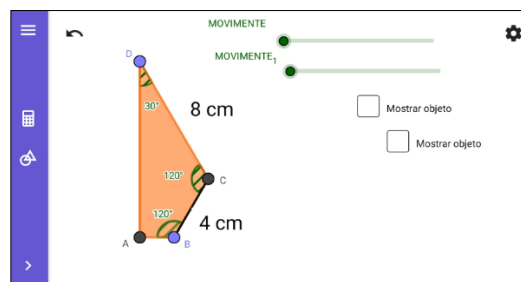
No *software* GeoGebra, foi apresentada a construção em imagem 2D e 3D para uma melhor visualização dos estudantes. Além da construção da figura no *software* para computadores, também ampliamos o acesso da construção ao estudante, disponibilizando um *QR Code* (FIGURA 3) para o acesso pelo celular (FIGURA 4).

Figura 3 - *QR Code* que permite o acesso a figura pelo celular.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4 - Acesso pelo celular no *software* GeoGebra para *smartphones*.

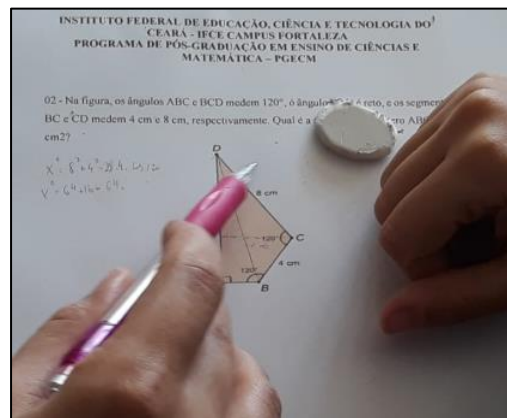


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na fase de Experimentação, as duas situações de Ação e Formulação foram identificadas, simultaneamente. Na situação de Ação, o aluno deve julgar seu resultado e ajustá-lo sem a intervenção do professor, dispondo das ferramentas oferecidas pelo *milieu*, o que possibilita uma aprendizagem por adaptação. Na situação de Formulação, acontece a troca de informações com o *milieu* e os sujeitos da pesquisa (ALMOULOU, 2007).

No início da resolução do problema, os estudantes preferiram realizar tentativas sem o auxílio do GeoGebra, utilizando apenas lápis e papel como subsídios. Desse modo, foram apresentados os primeiros resultados em relação ao contato com o PO, a aluna 1 apresentou ideias que trouxeram conteúdos, relacionando a conceitos de trigonometria, mais especificamente a lei dos cossenos (FIGURA 5).

Figura 5 - Aluno 1 aplicando a lei dos cossenos.



Fonte: Arquivo pessoal.

O pesquisador pediu explicação sobre como a aluna 1 chegou a esse raciocínio e ela relatou da seguinte forma.

Aluna 1: Eu estou aplicando a lei dos cossenos, já que eu tenho dois lados de um triângulo, tenho um ângulo, então estou aplicando a lei dos cossenos para encontrar esse lado aqui. Eu encontrando esse lado do triângulo retângulo, automaticamente depois eu posso encontrar esse ângulo aqui, então fica fácil aplicar alguma relação aqui.

A proposta utilizada por meio da lei dos cossenos teve o intuito de encontrar a medida da altura do quadrilátero ABCD para, logo depois, poder aplicar outras relações que irão permitir a identificação das medidas restantes para a conclusão do seu raciocínio imaginado.

O aluno 3, em contato com o PO, utilizou um compasso que o levou a ter a seguinte percepção sobre a SDO (FIGURA 6). Esse contato inicial levou o aluno 3 à construção da estratégia descrita no diálogo.

Figura 6 - Contato do aluno 3 com a SDO.



Fonte: Arquivo pessoal.

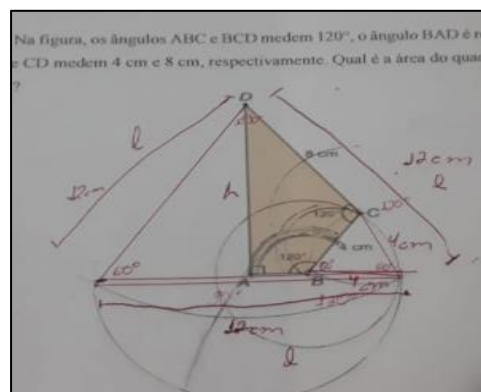
Explicação do aluno 3 ao pesquisador:

Aluno 3: Utilizei o compasso do ponto B para o C, aí eu fui ver, que vai dar 4 cm a distância, por que eu achei que fosse o dobro da distância do \overline{AB} , aí eu ia fazer no compasso a metade do \overline{BC} e depois ia ver se vindo até o ponto A verificasse se é 2 cm. Aí depois quando fizesse isso eu ia ver que essa parte aqui dava para fazer um triângulo de 4 cm cada lado, aí depois quando dobrasse isso é só dividir por 2 e pegava essa parte aqui para achar a área do triângulo de lado 12.

O aluno 3, com base na medida do lado $\overline{BC} = 4$ cm, utilizou o compasso para a identificação das outras medidas restantes com o intuito de construir um triângulo equilátero. Usando a medida do lado $\overline{BC} = 4$ cm como raio de uma circunferência imaginada, intuitivamente identificou que, ao construir um novo triângulo equilátero de lado 4 cm para completar formar um triângulo retângulo com hipotenusa 12 cm, o mesmo compasso foi utilizado para identificar a medida do segmento $\overline{AB} = 2$ cm.

Após essa conclusão e a identificação das medidas determinadas na figura, o aluno 3 chegou à construção de um triângulo equilátero de lado 12 cm, o que lhe deu subsídio para aplicação do cálculo da área do triângulo equilátero (FIGURA 7).

Figura 7 – Estratégia utilizada pelo aluno 3.



Fonte: Arquivo pessoal.

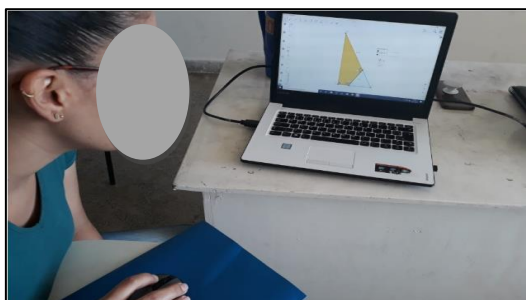
A aluna 2 seguiu a mesma linha de raciocínio do aluno 3, percebendo isso com a utilização do recurso de controle deslizante, que o GeoGebra disponibilizou, como descrito no diálogo abaixo.

Aluna 2: Vou traçar uma reta prolongando o lado \overline{DC} e prolongando também uma reta sobre o lado \overline{AB} formando outro triângulo. Sabendo que os lados que vou prolongar são 120°, os outros que eu vou obter após o prolongamento vão ser 60° graus, o que formaria um triângulo retângulo.

O percurso registrado no diálogo anterior foi identificado após a movimentação no GeoGebra do controle

deslizante, o que fez construir um triângulo retângulo (FIGURA 8).

Figura 8 - Aluna 2 utilizando o *software* GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal.

O importante, nessa fase, foi a percepção de novas estratégias após o uso do *software* GeoGebra, uma ferramenta que possibilitou a movimentação e visualização por parte dos estudantes. A partir do momento em que a aluna 2 utilizou o GeoGebra, os alunos 1 e 3 perceberam que poderiam realizar outro raciocínio, o qual simplificou o caminho até a solução final. Esses raciocínios foram apresentados pelos alunos 1 e 3 em contato com a ferramenta tecnológica (FIGURA 9) e, em seguida, o diálogo que os levaram à construção de outra estratégia.

Figura 9 - Alunos 1 e 3 em contato com o GeoGebra.



Fonte: Arquivo pessoal.

O diálogo entre os alunos 1 e 3 mostra o raciocínio após a visualização e a disponibilização dos elementos apresentados pelo GeoGebra na SDO.

Aluna 1: Eu não tinha pensado nisso, a possibilidade de um triângulo equilátero.

Aluno 3: Porque aqui a gente vai ter esse lado aqui inteiro que vai dar 12.

Aluna 1: É, realmente ficou compreensível, o GeoGebra ajudou bastante.

Pesquisador: Essa movimentação possibilitou uma nova percepção em relação ao que você tinha pensado antes?

Aluna 1: Aqui dá para trabalhar o triângulo maior, que é retângulo, podendo trabalhar semelhança de triângulos. Esse triângulo aqui é 30° , esse é 90° , e esse aqui é 60° , então é isso.

Diante dessas discussões realizadas entre os estudantes, a aluna 1 acabou desistindo da estratégia anterior — que perpassou pela lei dos cossenos —, construindo uma nova estratégia por meio de semelhanças de triângulos, assim como o aluno 3, que utilizou o cálculo tendo como parâmetro o triângulo equilátero encontrado. A aluna 1 apresentou a estratégia que foi utilizada na sua solução final junto à turma. Será mostrado por meio de fotos e áudios como a aluna chegou à solução da SDO (FIGURA 10).

Figura 10 - Validação da estratégia da aluna 1.



Fonte: Arquivo pessoal.

Segue abaixo o diálogo da aluna 1 no momento da validação.

Prolonguei aqui o ângulo de 120° para completar 180° , então o Geogebra me ajudou a verificar aqui que realmente é um triângulo equilátero. Pensando nisso, o todo aqui vai ser 12 e traçando uma bissetriz aí vai dividir o ângulo de 120° graus ao meio, aqui vai ficar

60°, o outro 60°, automaticamente, esse permanece sendo o ângulo de 90°.

Figura 11 - Continuação da validação da aluna 1.

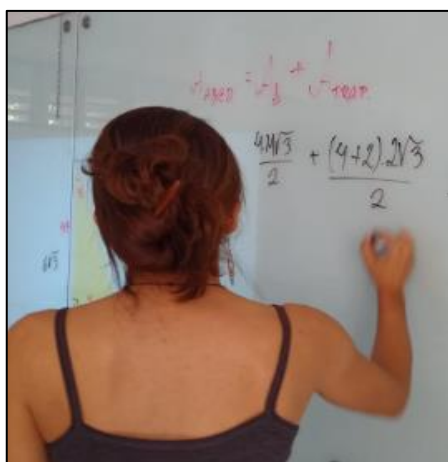


Fonte: Arquivo pessoal.

Aplicando as razões trigonométricas, aqui é 12, então o lado oposto vai ser metade da hipotenusa, que é 6. O cateto adjacente vai ser $6\sqrt{3}$, fazendo a mesma coisa desse lado, se esse aqui é 30° esse lado aqui é 8, então esse aqui é 4 (FIGURA 11).

A aluna 1 prosseguiu com a construção da sua estratégia, dividindo a figura em duas, ou seja, um triângulo e um trapézio. Logo depois, após ter encontrado as medidas necessárias para a conclusão da sua estratégia, a aluna 1 aplicou as fórmulas da área do triângulo e do trapézio, realizando o somatório das duas e chegou ao resultado final de $14\sqrt{3}$ cm (FIGURA 12)

Figura 12 - Somatório das duas áreas.



Fonte: Arquivo pessoal.

O aluno 3, utilizando outra estratégia, também foi ao quadro explicar a maneira que foi usada por ele (FIGURA 13).

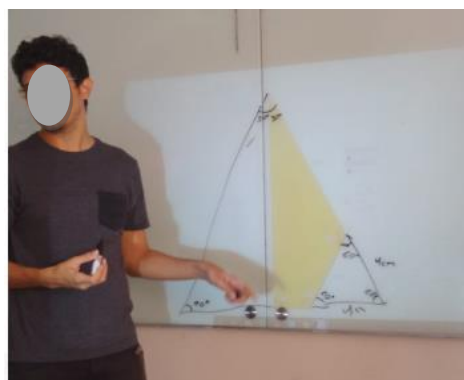
Figura 13 - Aluno 3 validando sua estratégia.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após realizar a movimentação no *software* GeoGebra, o aluno 3 percebeu o prolongamento dos segmentos \overline{DC} e \overline{AB} , que formou um triângulo equilátero de lado 4 cm. Logo após observar os ângulos dos triângulos 90°, 60° e 30°, o estudante, com ajuda do compasso utilizado na fase de Ação e Formulação, duplicou fazendo outro triângulo simétrico (FIGURA 14).

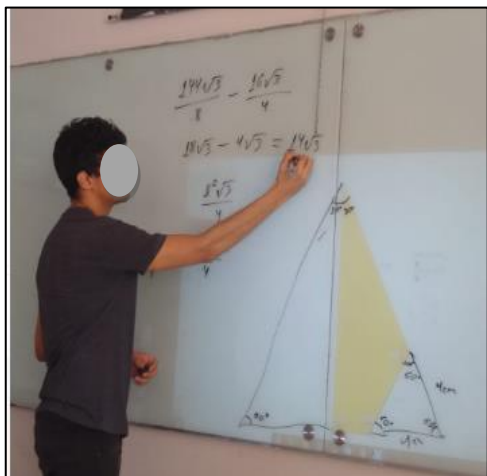
Figura 14 - Triângulo construído a partir da simetria do triângulo ΔAEC .



Fonte: Arquivo pessoal.

Após duplicar, o estudante chegou a um triângulo equilátero de lado medindo 12cm e o ângulo 60°, o que possibilitou a aplicação da fórmula da área do triângulo equilátero (FIGURA 15).

Figura 15 - Conclusão da solução do Aluno 3.



Fonte: Arquivo pessoal.

Concluindo a estratégia, o aluno 3 fez o cálculo da área do triângulo equilátero maior (de lado 12) e logo após dividiu por 2. O resultado encontrado foi subtraído pela área do triângulo equilátero menor (de lado 4), chegando ao resultado de $14\sqrt{3} \text{ cm}$ (FIGURA 15).

Por fim, na situação de Institucionalização “[...] definida como aquela em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (ALMOULOU, 2007, p. 40), o professor retomou o seu posto com o propósito de modelar em linguagem matemática as validações apresentadas pelos estudantes e explicando os conceitos abordados. Os conceitos foram a utilização da bissetriz de uma figura, o uso de razões trigonométricas, o cálculo da área do triângulo equilátero, entre outros.

Resultados e discussões

O tratamento dos resultados obtidos perpassa pela etapa de Análise a posteriori da ED, que visa à validação da situação didática, confrontando os dados previstos na Análise a priori com a Experimentação (LABORDE, 2017). Sendo assim, observamos na Experimentação que os estudantes usavam os seus conhecimentos matemáticos para a resolução do PO, além disso que o meio criado pelo docente proporcionou essa interação entre o aluno e

fez emergir com autonomia a construção desses conhecimentos.

Os modelos criados pelos estudantes perpassavam por diferentes maneiras e diferentes percepções junto ao PO. O dinamismo imposto pelo *software* GeoGebra também foi um diferencial, proporcionando construções de caminhos diferentes após seu uso. Conforme Mercado (2002 apud Meneghelli e Possamai, 2019, p. 443), sobre o uso de recursos tecnológicos para sala de aula, o professor

Deve ser conhecedor das reais capacidades, potencialidades e limitações do recurso tecnológico que deseja utilizar em sua prática pedagógica, para que o mesmo venha a contribuir de forma positiva para a aprendizagem, além de transformar o estudante em sujeito ativo na construção do seu conhecimento.

Esse conhecimento sobre os recursos tecnológicos deve permitir a qualificação do professor nos processos de ensino e uma melhora no aprendizado do estudante.

A proposta de um modelo de ensino baseado na TSD foi bastante satisfatória, porque fez emergir nos estudantes momentos nos quais estes tivessem a possibilidade de agir, formular e validar as estratégias criadas, sem a interrupção do docente, que utilizou a situação de Institucionalização para apresentar os conceitos utilizados durante a resolução do PO pelos estudantes.

Destacamos o planejamento do professor na construção da situação didática, que uniu o *software* GeoGebra, a Teoria das Situações Didáticas e o uso de problemas Olímpicos a fim de buscar a construção de um ambiente que proporcionasse a interação entre professor, estudante e meio. Sendo assim, o papel do professor frente à construção de situações didáticas se restringe a:

- (a) procurar situações de aprendizagem onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pela ação do próprio aluno; (b) ajudar os alunos no sentido inverso, ou

seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, de modo análogo como fazem os matemáticos, o que conduz a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis em outras situações e contextos (POMMER, 2013, p. 13).

Observamos que esses aspectos ocorreram em toda situação didática com a participação e discussões dos estudantes frente ao PO, dando autonomia para a construção dos saberes matemáticos.

Conclusão

Apresentamos neste artigo um modelo de ensino baseado na TSD, com o uso de PO e o software GeoGebra, que pode ser utilizado por professores como metodologia de ensino para o ensino de conceitos de geometria plana. Visamos à construção de uma Situação Didática Olímpica (SDO), como uma proposta para o ensino de conceitos referente à geometria plana, junto à utilização do *software* GeoGebra para disponibilizar subsídios aos estudantes por meio da movimentação e visualização das figuras e, com esses aspectos, a modificação dos conhecimentos matemáticos a serem utilizados na resolução do PO.

A ED, como *design* de investigação, obteve um conjunto de dados e conhecimentos por meio da pesquisa, permitindo ao professor/pesquisador a identificação de alguns problemas recorrentes sobre o ensino de geometria plana, por intermédio de análises de dissertações do PROFMAT, dando suporte para a construção de uma SDO com o auxílio do *software* GeoGebra. Ademais, a ED possibilitou estabelecer variáveis de comando, propiciando ao estudante a superação dos obstáculos defrontados durante resolução da SDO.

A TSD foi utilizada como metodologia de ensino junto ao auxílio do *software* GeoGebra criando um meio de discussão controlado e planejado pelo professor/pesquisador, oportunizando o estudante agir, formular e validar as estratégias criadas, dando total autonomia intelectual na construção do seu conhecimento individual.

A SDO abordou conhecimentos de conceitos em geometria plana em meio à vivência da SDO, junto aos elementos disponibilizados pelo pesquisador e com a utilização do *software* GeoGebra, que forneceu apoio na movimentação e visualização e favoreceu a construção do saber pelos educandos.

Portanto, os resultados obtidos mostram que esse modelo apresentado com base na TSD proporcionou uma interação entre estudante, professor e o meio criado com o auxílio do *software* GeoGebra, diferindo de metodologias tradicionais em que colocam o professor como detentor do conhecimento matemático e o estudante como agente passivo na construção de conhecimentos.

Esperamos que essa proposta sirva como material de apoio aos professores que pretendem ensinar os conceitos de geometria plana, utilizando o uso de problemas de olimpíadas, auxiliados pelo *software* GeoGebra e, com base nas dissertações analisadas, seja uma alternativa de metodologia de ensino aos professores que ensinam matemática e preparam alunos para provas de competição, em específico a OBMEP.

Referências

- ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.
- ALMOULOU, S.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 6, p. 62-77, UFSC: 2008.
- ALMOULOU, S. **Fundamentos da didática da matemática**. São Paulo: UFPR, 2007.
- ALVES, F. R. V. Visualizing the olympic didactic situation (ods): teaching mathematics with support of the geogebra software. **Acta Didactica Napocensia**, România, v. 12, n. 2, p. 97-116, 2019.
- ALVES, F. R. V. Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): ensino de Olimpíadas de Matemática com arrimo no software

Geogebra como recurso na visualização. **Alexandria: Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, v. 13, n. 1, p. 1-30, 2020.

ALVES, L. A. **GeoGebra como suporte para o ensino de Geometria por meio de construções geométricas abordadas no Programa de Iniciação Científica da OBMEP**. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2019.

AMARANTE, J. M. N. **Análise de erros: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP**. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências e Educação. Santarém – Pará, 2019.

ARBACH, N. **O ensino de geometria plana: o saber do aluno e o saber escolar**. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – PUC. São Paulo, 2002.

ARTIGUE, M. Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. (Org.). **Ingeniería didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, p. 33-61, 1995.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. Obmep e teoria das situações didáticas: uma proposta para o professor de matemática. **Educação Matemática em Revista - RS**, v.2, n.19, p.82-92, 2018.

BARBOSA, P. M. **O estudo da Geometria**. 2003. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin_constant/2003/edicao-25-agosto/Nossos_Meios_RBC_RevAgo2003_Artigo_3.pdf Acesso em: 10 de Jan. 2020.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Edições 70, Lisboa –Portugal. 1997.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: ática, 2008.

FERREIRA, V. A. M. **Preparação para**

obmep: relato de experiência e análise dos resultados. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2018.

THE QR CODE GENERATOR. **Gerador de qr code**, 2020. Disponível em: <https://www.the-qr-code-generator.com/> acesso em: 10 de ago. 2020.

JUNIOR A. L. L. C. **Material multimídia: Resolução comentada de algumas questões do nível 3 da OBMEP sobre geometria**. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2013.

LABLÉM, R. L.; BITTAR, M. Reflexões sobre a Teoria das Situações Didáticas por duas pesquisadoras em diferentes estágios da vida acadêmica. **Educação Matemática em Pesquisa**, v. 20 n. 2, p. 202-221, 2018.

LABORDE C. Teaching learning projects and didactical engineering. **La matemática e la sua didattica**. v.25, n. 2, p. 163–179, 2017.

MENEGHELLI, J.; POSSAMAI, J. P. Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.2, p. 491-512, 2019.

NETO, V. D. **Teorema de Pitágoras e Áreas**: sua aplicabilidade no banco de questões da OBMEP. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Piauí – Piauí, 2014.

OBMEP. **Provas**. 2020. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1O_nEyPi-Lq1BE7aZYgB6CXclkPhL7qXO/view. Acesso em 29 de out. 2020.

OLIVEIRA, C. C. N. **Olimpíadas de matemática**: concepção e descrição de “situações olímpicas” com o recurso do software geogebra. (Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará – UFC, Fortaleza, 2016.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e

consequências. **Zetetike**, Campinas – SP, v. 1 n. 1, p. 7-17, 1993.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula**: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, São Paulo, 2013.

PONTES, R. L. **Material multimídia**: Resolução comentada de algumas questões do nível 1 da OBMEP sobre geometria. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2013.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. A Teoria das Situações Didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma Aplicação do Teorema de Pitot. **Revista IndagatioDidactica**, Portugal, v. 9, n. 4, p. 279-296, 2017.

SANTOS, R. de C. R. **Geogebra como instrumento de mediação no ensino de geometria**: o processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Instituto Federal de Educação,

Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI, Floriano – PI, 2018.

SILVA, C. G. **Resolução de problemas sobre geometria para as olimpíadas brasileira de matemática das escolas públicas – OBMEP**. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2013.

SILVA, M. H. **Material multimídia**: Resolução comentada de algumas questões do nível 2 da OBMEP sobre geometria. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2013.

SILVA, J. G. A.; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. M. Uma Engenharia Didática (ED) aplicada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e privadas (OBMEP): Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria Euclidiana plana. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1-16, 2020.

José Gleison Alves da Silva: Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFCE, Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – IFCE, Professor permanente da Secretaria de Educação do Município de Sobral – SEDUC, E-mail: gleison.profmat.seduc@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves: Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará, Bolsista de produtividade do CNPQ – PQ2. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE, Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Educação profissional tecnológica. Líder do Grupo de Pesquisa CNPQ Ensino de Ciências e Matemática, E-mail: fregis@ifce.edu.br.

Daniel Brandão Menezes: Doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa Educação, currículo e ensino no eixo Ensino de Matemática pela UFC e Pós-doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa História e Educação Comparada pela UFC. Docente da Universidade Estadual Vale do Acaraú e Coordenador do Projeto Federal Residência Pedagógica, E-mail: bradaomenezes@hotmail.com